

Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберите наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

3. При исследовании выборки из $n=24$ данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X , производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:

$$Y = 7,6 + 0,175X$$

$$s.e. \ 1,8 \ 0,035$$

(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции $r = 0,65$.

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров a , b , и проверьте гипотезу $r = 0$ для следующих уровней значимости:

$$\alpha = 20\%; 10\%; 5\%; 2,5\%; 1\%; 0,5\%.$$

Вариант №3

1. Для 10 различных семей получены следующие статистические данные величин их накоплений Y (в виде банковских вкладов) и величин их совокупных доходов X (за месяц) в некоторых условных единицах.

X	8	11	17	19	29	30	35	37	41	46
Y	3	15	19	54	90	147	102	107	250	340

А) Найдите величины:

$$\bar{X}, \bar{Y}, \overline{XY}, \overline{X^2}, \overline{Y^2}, \text{Var}(X), \text{Var}(Y), \text{Cov}(X, Y), r(X, Y).$$

Б) Постройте модель парной линейной регрессии $Y = a + bX$.

В) Найдите стандартные ошибки s_a, s_b , коэффициент детерминации R^2 . Оцените достоверность расчётов и их погрешность.

2. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная X) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	4	26	35	56	79	168	298	405	464	480	390	450

Найдите значения параметров a, b, c для следующих моделей:

$$Y = a + bX; Y = a + bX + cX^2; Y = a + b \ln X; Y = ae^{bX}; Y = ab^X; Y = aX^b.$$

Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберите наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

3. При исследовании выборки из $n=24$ данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X , производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:

$$Y = 8,5 + 0,225X$$

$$s.e. \ 2,1 \ 0,045$$

(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции $r = 0,55$.

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров a, b , и проверьте гипотезу $r = 0$ для следующих уровней значимости:

$$\alpha = 20\%; 10\%; 5\%; 2,5\%; 1\%; 0,5\%.$$

Вариант №4

1. Для 10 различных семей получены следующие статистические данные величин их накоплений Y (в виде банковских вкладов) и величин их совокупных доходов X (за месяц) в некоторых условных единицах.

X	2	7	9	15	23	31	36	39	48	56
Y	3	11	16	24	80	125	102	100	230	370

А) Найдите величины:

$$\bar{X}, \bar{Y}, \overline{XY}, \overline{X^2}, \overline{Y^2}, \text{Var}(X), \text{Var}(Y), \text{Cov}(X, Y), r(X, Y).$$

Б) Постройте модель парной линейной регрессии $Y = a + bX$.

В) Найдите стандартные ошибки s_a , s_b , коэффициент детерминации R^2 . Оцените достоверность расчётов и их погрешность.

2. Имеются ежемесячные (номер месяца – переменная X) данные о выпуске продукции на производственном предприятии (количество – переменная Y) в некоторых единицах.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y	6	16	55	46	69	153	231	305	364	412	390	435

Найдите значения параметров a , b , c для следующих моделей:

$Y = a + bX$; $Y = a + bX + cX^2$; $Y = a + b \ln X$; $Y = ae^{bX}$; $Y = ab^X$; $Y = aX^b$.
Вычислите коэффициенты детерминации для них. Выберите наиболее подходящую модель и обоснуйте это.

3. При исследовании выборки из $n = 24$ данных, представляющих собой расходы на электроэнергию Y при различной величине выпуска продукции X , производственным предприятием получена следующая парная линейная регрессия:

$$Y = 12,5 + 0,305X$$

$$s.e. \ 2,3 \ 0,055$$

(внизу указаны стандартные ошибки). При этом коэффициент корреляции $r = 0,45$.

Пользуясь критерием Стьюдента, найдите доверительные интервалы для параметров a , b , и проверьте гипотезу $r = 0$ для следующих уровней значимости:

$$\alpha = 20\%; 10\%; 5\%; 2,5\%; 1\%; 0,5\%.$$

Вопросы к зачету

1. Исследователь, изучая зависимость расходов на питание от личного располагаемого дохода жителей США за 25-летний период (1959 – 1983 гг.), получил уравнение:

$$y = 55,3 + 0,093x,$$

$$(s.e.) (2,4) (0,003)$$

для которого значение коэффициента детерминации составило 0,9775.

- А) Дайте интерпретацию полученным коэффициентам и их численным значениям. Какие выводы можно сделать из величины коэффициента детерминации?
- В) Какую гипотезу позволяют проверить полученные коэффициенты? Сформулируйте гипотезы, приведите необходимые расчетные формулы и выполните расчеты.
- С) Какие критерии используются для оценки качества уравнения парной регрессии?

2. Исследователь предложил изучать непосредственно динамику роста расходов во времени и построил уравнение (за нулевой момент времени принят 1958 г.):

$$\log y = 4,58 + 0,02 t.$$

- А) Дайте экономическую интерпретацию данного уравнения, обратив особое внимание на коэффициент при объясняющей переменной. Приведите математическое обоснование того, что ваша интерпретация корректна.
- В) Можно ли дать содержательную интерпретацию константе уравнения? Какими недостатками обладает такая интерпретация? В каких случаях она тем не менее оказывается полезной?

3. Исследователь строит по данным выборки (x, y) регрессию

$$y = a + bx,$$

т.е. находит коэффициенты a и b , а затем вычисляет значения

$$y = a + bx$$

для всех выборочных значений x и соответствующие остатки

$$e = y - \hat{y} = y - a - bx.$$